



mesto: Goč planina
 datum: 30. jul 2009. godine
 predavač: Andreja Ilić, PMF Niš
 e-mail: ilic_andrejko@yahoo.com

Dinamičko programiranje

1 Zagrevanje

Problem 1. [TopCoder, SRM 165] Dat je string dužine $n \leq 1000$, sastavljen od malih slova engleskog alfabeta. Moguća operacija nad stringom je dodavanje novog slova na proizvoljnu poziciju u stringu. Naći minimalni broj operacija potreban za transformaciju stringa u palindrom. Ukoliko postoje više mogućih rešenja, naći leksikografsko najmanje.

Ulaz
 RACE

Izlaz
 ECARACE

Problem 2. [CEOI, 2003] Data su dva stringa dužine ne veće od 100 sastavljena od malih slova engleskog alfabeta. Naći sve najduže zajedničke podstringove datih stringova (rešenje će sadržati manje od 10^3 stringova).

Ulaz
 abcabcaa
 acbacba

Izlaz
 ababa abaca acbca
 acaba acaca acbaa

Problem 3. [SPOJ, PT07B] Dato je stablo sa $n \leq 10^6$ čvorova. Naći najveće podstablo koje je katerpillar.

Ulaz
 5
 1 2
 2 3
 2 4
 2 5

Izlaz
 5

Problem 4. [TopCoder, SRM 386] Dato je $n \leq 15$ tačaka u ravni. Naći minimalnu površinu konveksnih mnogouglova tako da oni sadrže sve tačke, pri čemu su temena upravo neke od datih tačaka.

Ulaz
 5
 1 1
 -1 1
 0 0
 1 -1
 -1 -1

Izlaz
 4

Problem 5. [ACM PKU] Dato je $n \leq 2000$ crvenih tačaka i $m \leq 10^6$ plavih tačaka na x-osi. Cena spajanja jedne plave i jedne crvene tačke jednaka je apsolutnoj razlici njihovih koordinata. Treba naći takvo spajanje, koje ima minimalnu cenu, pri čemu su sve crvene tačke spojene sa tačno jednom plavom tačkom.

Ulaz
 4 2
 1 10 12 20 11 15

Izlaz
 4

2 Zadaćici

Problem 6. [ACM SPOJ, PERMUT1] Data su dva prirodna broja $n \leq 1000$ i $k \leq 10000$. Naći broj permutacija brojeva od 1 do n koji imaju tačno k inverzija. Broj inverzija u permutaciji $(p_1, p_2, \dots, p_n)$ je broj parova (i, j) takvih da je $p_i > p_j$ za $1 \leq i < j \leq n$.

Ulaz

4 1

Izlaz

3

Problem 7. [TopCoder, SRM 209] Dato je platno dimenzije $n \times m$, $n \cdot m \leq 200$, koje je podeljeno na jedinične kvadratiće. Navedeno platno treba prekriti "L oblicima", tako da se oni ne preklapaju međusobno. Na slici su prikazane su sve moguće orijentacije datog oblika.



Slika 1: L oblik i moguće orijentacije

Ulaz

3 4

Izlaz

4

Problem 8. [Savezno 2004, Srbija] Zgrada ima $N \leq 10^6$ spratova i na svakom spratu se nalazi bazen. Terorista želi da sruši prvi sprat (logično). Svaki sprat je okarakterisan sa tri parametra (W_i, L_i, C_i) koji redom predstavljaju težinu vode koja se nalazi na tom spratu na početku, težinu vode koju sprat može da izdraži i cenu dinamita potrebna da se sruši taj sprat. Sva voda sa srušenog sprata odlazi na sledeći sprat. Ako je težina vode na nekom spratu veća od L_i , sprat se sam ruši. Kolika je minimalna cena dinamita potrebna da se sruši cela zgrada?

Ulaz

$N = 4$
10 50 100
0 100 3
100 100 2
10 50 6

Izlaz

5
3 2

Problem 9. [USACO, ?] Na polici se nalaze $n \leq 10^5$ knjiga. Knjiga je okarakterisana sa $k \leq 30$ osobina. Za svaku knjigu dat je broj $a_i \leq 2^k - 1$. Knjiga i ima osobinu j ukoliko je $(a_i \gg j) \& 1 = 1$. Napisati program koji pronalazi najduži niz uzastopnih "balansiranih" knjiga. Niz knjiga $i, i+1, \dots, j$ je balansiran ukoliko svaku od k osobinu ima isti broj knjiga iz datog intervala.

Ulaz

4
7 6 9 15

Izlaz

3

Problem 10. [Izborne prireme, Hrvatska, 2006] Dat je rečnik sastavljen od $n \leq 4000$ reči. Reči su sastavljene od malih slova engleskog alfabeta, dužine manje od 100. Pored ovoga imate string dužine 300.000. Na koliko različitih načina je moguće rastaviti dati string tako da svaki podstring pripada rečniku?

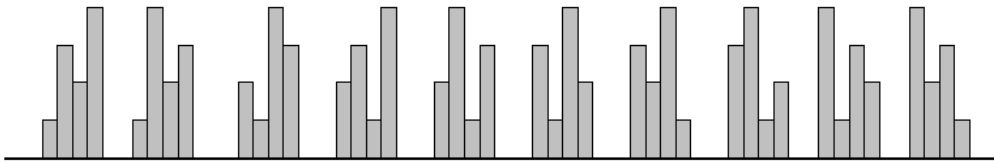
Ulaz

abcd
a b cd ab

Izlaz

2

Problem 11. [CEOI, 2002] Data su dva prirodna broja $n \leq 20$ i $k \leq 2^{31}$. Naći k -tu leksikografsku testerastu permutaciju brojeva $1, 2, \dots, n$.



Slika 2: Sve moguće permutacije za $n = 4$ sortirane leksikografski

Ulaz

3 3

Izlaz

2 3 1

Problem 12. [TopCoder, SRM 402] Dat je veliki prirodni broj sa $n \leq 1000$ cifara. Da li je moguće podeliti broj na rastući niz prirodnih brojeva, koji se sastoje od sukcesivnih cifara u početnom broju? Ukoliko rešenje nije jedinstveno naći ono koje ima minimlanu vrednost poslednjeg broja.

Ulaz

543210

Izlaz

5 43 210

Problem 13. [BOI, 2004] Datu su dva niza prirodnih brojeva dužine n i m , $n, m \leq 2000$. U jednom potezu dozvoljeno je odstraniti poslednjih $a > 0$ brojeva iz prvog niza i $b > 0$ brojeva iz drugog niza. Cena poteza je jednaka $(s_a - a)(s_b - b)$, gde su s_a i s_b sume odstranjenih elemenata iz prvog odnosno iz drugog. Treba naći onu sekvencu poteza za koju je suma cena minimalna, a kojima se nizovi svode na prazne.

Ulaz

1 2 3

1 2

Izlaz

2

Problem 14. [SPOJ, PAINTBLK] Dato je $k \leq 15$ vrsti boja i svakom od njih možete obojiti po $1 \leq c_i \leq 5$ loptica. Na koliko različitih načina možete obojiti $n = \sum_i c_i$ loptica poredjanih u nizu, tako da nikoje dve susedne nisu obojene istom bojom.

Ulaz

3

1 2 3

Izlaz

10

Problem 15. [Tree Edit Distance] Data su dva korenska, označena stabla T_1 i T_2 , $|T_i| \leq 100$, takva da su potomci sortirani sa leva na desno. Dozvoljene transformacije nad stablom su:

- Relabel: manjenje oznake nekog čvora u stablu
- Delete: brisanje nekog unutrašnjeg čvora v . Tada direktni potomci čvora v postaju direktni potomci čvora $parent(v)$ u istom poretku na poziciji na kojoj je bio čvor v .
- Insert: suprotna operaciji brisanja.

Odrediti minimalni broj operacija potrebnih za transformaciju stabla T_1 u stablo T_2 .

Ulaz

3

1 2 2 3

2 0

1 0

2

1 1 2

3 0

Izlaz

2

Problem 16. [Izborne pripreme, Hrvatska, 2002] Televizijska mreža odašiljača i korisnika predstavlja stablo, pri čemu su unutrašnji čvorovi odašiljači, a listovi su korisnici. Broj čvorova u stablu je $n \leq 1000$. Svaka ivica u stablu ima cenu, koja predstavlja koliko televizija treba da plati kako bi signal prošao kroz istu. Cena emitovanja kanala do nekog od korisnika je suma svih pojedinačnih prenosa. Takođe, svako od korisnika je okarakterisan maksimalnom svotom koju bi platio za gledanje tog kanala. Odrediti maksimalni broj korisnika koji mogu biti pretplaćeni na kanal, ali tako da televizijska mreža ne bude na gubitku.

Ulaz

5 3
2 2 2 5 3
2 3 2 4 3
3 4 2

Izlaz

2

Problem 17. [TopCoder, SRM 344] Koliko ima permutacija brojeva $1, 2, \dots, n$, $n \leq 100$, takvih da je $|i - p_i| \leq k$ za $k \leq 5$.

Ulaz

3 1

Izlaz

3

Problem 18. [Izborni, Hrvatska, 2009] Dato je stablo sa $n \leq 2000$ čvorova. Svakom čvoru je na početku dodeljeno po $x \leq 10.000$ klikera. Pored ovoga svakog čvoru je dodat i broj w_i , pri čemu je $\sum w_i \leq n \cdot x$. Pod potezom se podrazumeva prenošenje nekog broja klikera iz jednog čvora u njegovog suseda. Naći najmanji broj poteza potreban kako bi se u svakom čvoru nalazilo bar w_i klikera.

Ulaz

5 1
0 2 2 0 1
1 2
1 3
3 4
3 5

Izlaz

8
1 2 1
4 3 1

